

## Zincir merdiven yönteminden türetilen yöntemler

Rümeysa Karataş\*

\* Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi, Kamil Özdağ Fen Fakültesi, 70100, Karaman Türkiye

\*Sorumlu Yazar  
E-posta:rumeysakaratas@kmu.edu.tr

Geliş Tarihi: 10 Temmuz 2018  
Kabul Tarihi: 15 Aralık 2018

### Özet

Hasar rezervinin belirlenmesi sigorta şirketleri için büyük önem arz etmektedir. Hasar rezervlerini doğru ve etkin şekilde tahmin edebilmek için birçok yöntem olmakla birlikte literatürde en çok kullanılan zincir merdiven yöntemidir. Ancak zincir merdivenin bazı durumlarda yetersiz kalması sebebiyle geliştirilmesi ve genişletilmesi uygun görülmüştür. Bu derleme çalışması zincir merdiven yönteminden türetilen yöntemler hakkında bilgi vermeyi amaçlamaktadır.

**Anahtar Kelimeler:** Zincir merdiven; hasar rezervi; IBNR.

## Methods generated from Chain Ladder

### Abstract

The determination of the claims reserve is great importance to insurance companies. While there are many methods to accurately and effectively estimate damage reserves, the most common chain ladder method is used in literature. However, it has been deemed appropriate to develop and expand the chain ladder in some cases because it is insufficient. This compilation is intended to provide information on the methods derived from the chain ladder method.

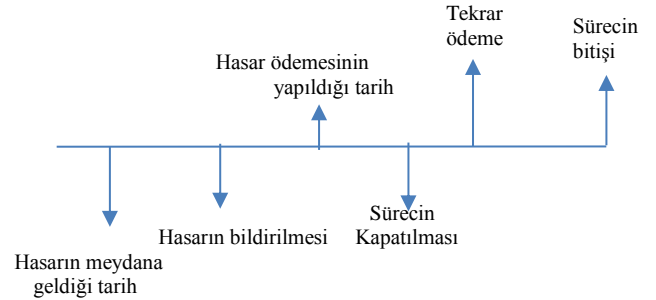
**Keywords:** Chain ladder; claims reserve; IBNR.

## GİRİŞ

Aktüerya alanında hayat dışı sigortalar için hasar rezervlerinin tahmini en önemli konulardan birisidir. Oluşan hasarlardan sigortacının yükümlülüğü tüm hasarlar karşılanana kadar tam olarak bilinmemektedir. Bu sebepten dolayı bu değeri doğru şekilde tahmin etmek büyük önem arz etmektedir [1].

Toplam hasar rezervi ikiye ayrılmaktadır: Bunlar rapor edilmiş ancak tamamlanmamış hasarlar (reported but not settled- RBNS) ve oluşmuş ancak rapor edilmemiş hasarlar (incurred but not reported- IBNR) için ayrılacak rezervlerdir [2]. Oluşmuş ancak rapor edilmemiş hasarlara ait rezervler sigortacının elindeki geriye dönük hasar bilgileri kullanılarak tahmin edilebilmektedir.

Sigorta sektöründe meydana gelen bir hasar için süreç şu şekilde işlemektedir: Hasar meydana gelir, hasar sigorta şirketine bildirilir, hasar ödemesi yapılır ve bu hasara dair işlemler kapatılır [3]. Şekil 1’de de görüldüğü üzere bazen aslında tamamlanan sürecin yeniden açılıp ek ödeme yapıldıktan sonra tekrar kapatıldığı durumlar olabilmektedir. Bu zamana kadar bahsedilen süreçten de anlaşılacağı üzere bir hasar meydana geldiğinde sigortacının hasardan haberdar olması ile hasara dair sürecin sonlanması arasında bir süre vardır. Bir takvim yılı içinde her hasarın tamamlanmasında bu şekilde gecikmeler olabilmektedir. Aradaki zaman farkı sebebiyle hasar ödemelerinde de gecikme yaşanmaktadır. Hasar ödemesinin tamamlandığı bu süreç yıllar alabilmektedir.



Şekil 1. Hasar süreci

Hasarların meydana gelme tarihi ile hasar ödemesinin yapılma tarihi arasındaki sürecin iyi bir şekilde yorumlanabilmesi ve hesaplamalarda uygun şekilde kullanılabilmesi için veri iki boyutlu bir üçgen içine yerleştirilmektedir. Bu üçgenler literatürde hasar gelişim üçgenleri veya akış üçgenleri (run-off triangle) olarak geçmektedir. Hasar gelişim üçgenleri iki boyutludur ve belli bir döneme ait hasar verisini içermektedir [4]. Üçgende yer alan bilinen hasar verisi ile uygun yöntemler kullanılarak geleceğe dair tahminler yapılmaktadır. Hasar gelişim üçgenlerinin satırları kaza yıllarını, sütunları ise gelişim yıllarını göstermektedir. Hasar gelişim üçgenlerinin köşegenleri ise takvim yılına denk gelmektedir. Kaza yılı hasarın rapor edildiği zamandır. Gelişim yılı ise hasarın rapor edilmesinden tamamen kapatılmasına kadar geçen süredir. Hasar gelişim üçgeninin sol üst kısmında yer alan hasarlar ödenmiş hasar değerleridir, sağ alt kısmındaki değerler ise geleceğe ait hasar ödemeleridir.

Çizelge 1. Hasar gelişim üçgeni

Kaza yılı	Gelişim yılı					
	0	1	.	.	.	J
0	$X_{0,0}$	$X_{0,1}$	...	...	...	$X_{0,J}$
1	$X_{1,0}$	$X_{1,1}$	...	...	...	
.	...	...	...	...	...	
.	...	...	...	...	...	
.	...	...	...	...	...	
I	$X_{I,0}$					

Çizelge 1’de bir hasar gelişim üçgeni örneği verilmiştir.

Kaza yılları 0’dan I’ya kadar olan yıllar, gelişim yılları ise 0’dan J’ye kadar olan yıllardır. Çizelgeden de görüldüğü üzere kaza yılı ve gelişim yılları birbirine eşittir ( $I=J$ ). Kaza yılı ve gelişim yılı sayısının birbirine eşit olması hesaplamalarda kolaylık sağlamasına rağmen uygulamada her zaman eşit olmayabilir. Çizelge 1’de sol üstte yer alan veri kullanılarak sağ alt kısım tahmin edilmektedir. Hasar verisi, hasar gelişim üçgenine aşamalı ya da birikimli olarak yazılabilmektedir.

IBNR rezervleri tahmin etmek için birçok yöntem geliştirilmiştir; Zincir merdiven yöntemi, Cape Code, Bornhuetter-Ferguson [5]. Literatürde yer alan uygulaması en basit yöntem ve uygulamasının basit olması sebebiyle en çok kullanılan yöntem zincir merdiven (ZM) yöntemidir. Zincir merdiven yöntemi, hasar rezervlerinin tahmin edilmesi için yaygın olarak kullanılan en eski aktüeryal tekniklerinden biridir. Bu yöntem rasgele bir bileşen içermemektedir ve stokastik olmayan bir modele dayanmaktadır. ZM yönteminin en büyük avantajlarından biri dağılımdan bağımsız bir yöntem olmasıdır.

ZM hesaplamalarında geçmiş yıllara ait veri kullanılmaktadır. Yöntemin en önemli varsayımı, geçmişteki hasar gelişim sürecinin gelecekte de aynı şekilde devam edeceği varsayımdır. ZM yöntemi ile hesaplamalar hasar gelişim üçgenleri yardımıyla yapılmaktadır. Yöntemde hasar gelişim üçgeni verisinden yararlanılarak gelişim faktörleri hesaplanmaktadır. Bu gelişim faktörleri yardımıyla hasar gelişim üçgeni doldurulmaktadır. Yöntemde birikimli hasar tutarlarının bağımsız olduğu kabul edilmektedir. Gelişim faktörleri yardımıyla hasar gelişim üçgenlerinin sağ alt kısımları doldurulduktan sonra her bir kaza yılı için rezerv tahmini yapılabilmektedir [6].

Zincir merdiven yönteminin herhangi bir varsayıma dayanmıyor olmasının pratikte hasar verisi ile uyuşmadığı görülmüştür. Bazı durumlarda ZM ile yapılan hesaplamaların yetersiz kaldığı düşünülmektedir. Bu sebeplerden ötürü ZM yöntemine bazı varsayımlar eklenmiş, ZM yöntemi bazı diğer hasar rezervi tahmini yapan yöntemler ile birlikte kullanılmış ya da ZM yönteminde bazı düzenlemeler yapılarak yeni yöntemler türetilmiştir. Bu derleme çalışmasında ZM yönteminden türetilen yöntemlerden bahsedilecektir.

Zincir merdiven yönteminin istatistiksel temelini oluşturan çok sayıda çalışma bulunmaktadır [7-25]. Bu çalışmalar ZM tekniğinin anlaşılmasında önemli ilerlemeler kaydetmiştir ve bunlardan sonra yapılan çalışmalarda modellerin nasıl geliştirileceğine dair yol göstermektedirler. Geliştirilen yöntemler önce belli gruplara ayrılarak anlatılmış, herhangi bir gruba dahil edilemeyen yöntemler ise “Diğer Çalışmalar” başlığı altında verilmiştir.

## Münih Zincir Merdiven Yöntemi

Münih zincir merdiven yöntemi Quarg ve Mack (2004) tarafından tanıtılmıştır [26]. Yazarlar bu çalışma ile Alman Aktüerya Derneği tarafından ödüle layık görülmüştür. Çalışmada tek bir portföyde yer alan ödenmiş ve oluşmuş hasarlar arasındaki bağımlılığı dikkate alarak iki değişkenli bir model önerilmektedir. Bu çalışma ile ödenmiş hasarlar ve oluşmuş hasarlar birlikte dikkate alınarak yapılan hesaplamalar arasındaki farkı azaltmayı amaçlamışlardır. Bu amaçla gelişim faktörlerinde bir düzeltme yapılmıştır. Münih ZM yönteminin dezavantajı çok fazla parametre içermesidir.

Münih ZM yöntemini içeren bir diğer çalışmada kredibilite yaklaşımı ile değerlendirilerek doğrusal kredibilite tahmin edicileri elde edilmiştir [27].

Münih ZM yöntemi düzenlenerek hasar rezervi tahminlerine dair tahmin belirsizliğinin de hesaplanabildiği stokastik bir model oluşturulmuştur [28]. Çalışmada tahmin belirsizliğine ait teorik çıkarsamalar yapılarak elde edilen yeni model ile gerçek veri kullanılarak tahmin değerleri elde edilmiştir. Yöntemin Münih ZM’ye göre daha optimal sonuçlar elde ettiği görülmüştür.

Haxhi ve Baholli çalışmasında Münih ZM yöntemini Arnavut DMTPL portföyüne ait gerçek veriye uygulayarak sonuçlar standart ZM yöntemine ait sonuçlar ile karşılaştırmışlardır [29]. Sonuç olarak Münih ZM yönteminin uygulanmasının karışık ve zor olduğunu ve korelasyonun çok önemli olmadığını durumlarda standart ZM yönteminin tercih edilmesi gerektiğini belirtmişlerdir.

Sundberg 2016’da tamamladığı yüksek lisans tezinde 38 farklı veri setinde standart ZM ve Münih ZM yöntemlerini uygulayarak sonuçları karşılaştırmıştır [30]. Münih ZM yönteminin ortalama olarak daha iyi sonuçlar elde ettiğini ve veri tamamlanmamış iken Münih ZM’nin daha etkin sonuçlar elde ettiğini belirtmiştir.

## Çok Değişkenli Zincir Merdiven Yöntemi

Schmidt ve Schnaus’un (1996) 1996 tek değişkenli çalışması ile Braun’un çalışması genişletilerek çok değişkenli yeni bir model rezerv hesaplama yöntemi önerilmiştir [31-32]. Çalışmada belli varsayımlar altında bağımlılıkları olan portföyler için çok değişkenli ZM tahmin edicilerinin çıkarımları yapılmıştır.

Sigorta şirketleri portföylerinde birden çok iş kolu barındırdığından ve literatürde yer alan çoğu çalışma tek bir hasar gelişim üçgeni üzerinden ilerlediğinden, N adet bağımlı hasar gelişim üçgenleri içeren bir portföy için çok değişkenli bir ZM yöntemi geliştirilmiştir [33]. Bu çalışmada tüm portföyün ödenmemiş hasarlarına ilişkin tahminlerin hata kareler ortalamaları elde edilmiştir.

Zhang çalışmasında genelleştirilmiş çok değişkenli bir ZM yöntemi tanıtılmıştır [34]. Çalışmada parametre tahminleri için görünürde ilişkisiz regresyon yöntemi (seemingly unrelated regression) kullanılmıştır. Görünürde ilişkisiz regresyon yönteminin kullanılması eşzamanlı korelasyonların dahil edilmesine olanak sağladığı için seçilmiştir. Önerilen yöntemin avantajları sayısal bir örnek ile hesaplamalar yapılarak gösterilmiştir.

Standart ZM yöntemi uç değerlere karşı fazla duyarlı ve hassas olan bir yöntemdir. Bu duyarlılığın azaltılması için yapılan çalışmalar genel olarak iki değişkenli çalışmalardır. Standart ZM yönteminin uç değerlere olan duyarlılığını azaltmak için yapılan bu çalışmada ikiden fazla boyut dikkate alınarak bir yöntem geliştirilmiştir [35]. Önerilen yöntem gerçek veri setine uygulanmıştır ve sonuç olarak kullanılan

veri setiyle bir yöntemin diğerinden üstün olduğu görülmüştür.

Genelleştirilmiş çok değişkenli ZM yöntemi görünürde ilişkisiz regresyon ile birlikte çalışılması yöntemi uç değerlere daha duyarlı hale getirmiştir. Bu duyarlılığı azaltmak ve dengelemek amacıyla yöntem alternatif olan ve daha tutarlı sonuçlar veren bir yöntem önerilmiştir [36]. Önerilen genelleştirilmiş çok değişkenli ZM yöntemi benzetim yoluyla elde edilen hasar gelişim üçgenleri uygulanmıştır ve standart ZM yöntemine göre daha tutarlı sonuçlar elde edildiği görülmüştür.

## Double Zincir Merdiven Yöntemi

Double ZM yöntemi Miranda ve ark. tarafından yapılan çalışma ile literatüre eklenen bir yöntemdir. Yöntem hasar ödemelerinin olduğu hasar gelişim üçgenine ek olarak hasar sayılarının yer aldığı bir üçgenin de kullanılmasını önermektedir [37]. Böylece Double ZM yöntemi ile önce raporlanan hasar sayıları tahmin edilmektedir, daha sonra bu tahminler ile gelecekteki ödemeler tahmin edilmektedir.

Double ZM yöntemi ile oluşmuş hasar verisi kullanılarak sigorta yılındaki enflasyon parametresinin tahmin edildiği yeni bir çalışma yapılmıştır [38]. Çalışmada sigorta yılı parametreleri Bornhuetter-Ferguson (BF) yöntemine benzer bir şekilde kullanıldığından çalışmanın isminde BF yöntemini de yer verilmektedir. Çalışmanın sonucunda yeni yöntemin Double ZM yöntemine göre daha tutarlı sonuçlar verdiği görülmüştür.

Double ZM yönteminde kullanılan hasar verisi haricinde her sigorta yılı için sıfır hasarların sayısının ve hasar süreci ile hasar sıklığı arasındaki ilişkinin bulunduğu varsayıldığı durum için yeni bir çalışma yapılmıştır [39]. Çalışmada bu iki çeşit önsel bilginin tahmin sürecine dahil edilmiştir.

Haxhi ve Baholli çalışmasında Double ZM yöntemini Arnavut DMTPL portföyüne ait gerçek veriye uygulayarak sonuçlar standart ZM yöntemi ile benzer sonuçlar elde ettiklerini belirtmişlerdir [40].

Schoepf tezinde stokastik süreçleri dahil ederek enflasyonun yıllar içinde hasar dağılımını ve rezerv tahminlerini nasıl etkilediğine dair bir çalışma yapmıştır [41].

## Enflasyon Düzeltmeli Zincir Merdiven Yöntemi

Enflasyon düzeltmeli ZM yönteminde geçmiş ve gelecek yıllar için enflasyon değişkeni modele dahil edilmiştir [42]. Yöntemde ödenen hasarların bulunduğu hasar gelişim üçgeni ile geçmiş yıllar ve gelecek yıllar için enflasyonun güvenilir değerleri kullanılmaktadır. Her bir takvim yılı için aşamalı (incremental) ödemeler enflasyon ile düzeltilmiştir. Bu düzeltilen tutarlar ile birikimli hasar üçgenleri elde edilerek ZM yöntemi uygulanmıştır. Bu adımlarla geliştirilen modele enflasyon düzeltmeli ZM denilmektedir.

Enflasyon düzeltmeli ZM yönteminin tanıtıldığı çalışmadan sonra, standart ZM ile enflasyon düzeltmeli ZM yöntemlerini karşılaştırmak için yeni bir çalışma yapılmıştır [43]. Bu çalışmada 2011-2015 yıllarına ait bir veri setine ZM yönteminin iki versiyonunu da uygulayarak hasar gelişim üçgeninin sağ alt kısmında yer alan tahminler hesaplanarak hasar gelişim üçgeni tamamlanmıştır. Genel itibarıyla enflasyon düzeltmeli ZM

yönteminin ekonomik koşulları dikkate alınmasından ötürü standart ZM'ye göre daha doğru sonuçlar verdiği görülmektedir.

Bente 2017 çalışmasında Groupama sigorta şirketine ait 2012-2017 yıllarını kapsayan veri setine enflasyon düzeltmeli ZM yöntemini uygulamıştır ve hasar rezervi tahminlerini hesaplamıştır [44].

Çalışmanın sonucunda enflasyon düzeltmeli ZM yönteminin uygulamasının basit olması, geleceğe dair beklentilere dayalı olarak enflasyon varsayımlarının yapılabilmesi ve ödenmemiş hasar rezervi tahminlerinin enflasyon değerlerinden ne kadar etkilendiğinin göstermesi açısından standart ZM yöntemine göre daha avantajlı olduğu yorumu yapılmıştır.

Rezerv hesaplamalarında farklı faktörlerin modele dahil edilmesiyle yapılan çalışmalarda hesaplamaların bazen defalarca yapıldığını ve çok uzun zamanlar aldığı belirtilerek yüksek performanslı hesaplama (high-performance computing) teknikleri kullanılmaya başlanmıştır [45]. Kullanılan yöntem ile hesaplama süreleri kısaltılmıştır.

## Diğer Çalışmalar

Rezerv hesabının yapıldığı çalışmaların büyük çoğunluğunda alt portföylerin aynı homojenlik varsayımını sağladığı kabul edilmiştir. Ancak bu uygulamada karşılanması zor bir varsayımdır. Bu sebeple standart ZM yöntemi ile toplamsal hasar rezerv yöntemini tek bir çerçevede değerlendirerek yeni bir model önerilmiştir [46]. Çalışmada rezerv tahminleri yapıldıktan sonra, kaza yılı rezervleri ve toplam rezervlerin tahminleri için standart hatalar elde edilmiştir. ZM yönteminde modeldeki belirsizliklerin daha kolay kontrol edilebilmesi için standart ZM yöntemi ile bulanık sayılar birlikte değerlendirilerek yeni bir model önerilmiştir [47]. Çalışmada yeni bulanık sayı gelişim faktörleri elde edilmiştir ve buna bağlı olarak rezerv tahminleri yapılmıştır.

Hasar rezervleri için bir tahmin aralığı oluşturan ve gamma dağılımını kullanan Bayesci ZM yöntemi literatüre eklenmiştir [48]. Zaky ve Bona çalışmasında, 2014-2016 yıllarına ait bir araç sigortasına ait verisine standart ZM ve Bayesci ZM yöntemlerini uygulayıp sonuçları karşılaştırmıştır [49]. Hata kareler ortalamaları dikkate alındığında Bayesci ZM yönteminin standart ZM yöntemine göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.

Hayat dışı yükümlülüklerin tahmin edilmesinde yeni metodoloji ve yaklaşımların yer aldığı Miranda ve ark. çalışmasında klasik aktüerya tekniği bir histogram yaklaşımı olarak yeniden formüle edilmiştir [50]. Çalışmada yer alan yaklaşımın en büyük avantajı gözlemlenen sürekli verilere sorunsuz bir şekilde uyum sağlıyor olmasıdır.

Mack'in modeli temel alınarak negatif binom modelin normal dağılıma yakınsaması ile yeni bir model elde edilerek araç sigortası veri setine uygulanmıştır [51]. Bu modellerin uygulanma amacı ZM tahminlerinin tahmin hatasını elde etmek ve modellerin negatif değerler ile nasıl çalıştığını gözlemlemektir. Modeller benzer sonuçlar vermesine rağmen negatif binomun normale yakınsadığı modelin standart ZM modele göre daha esnek bir model olduğu görülmektedir.

## SONUÇ

Çalışmada, literatürde en çok kullanılan yöntem olan Zincir Merdiven yöntemi ile bu yöntemin genişletilmesiyle elde edilen yöntemler anlatılmıştır. ZM yönteminin herhangi bir dağılımdan bağımsız olması ve uygulanmasının basit olması sebebiyle çok tercih edilmesiyse beraber bu varsayımlar bazı durumlarda doğru sonuçlar vermesini önlemektedir. ZM yönteminden türetilen bu yeni yöntemler ile veriye göre farklı yöntemler kullanılabilecek ve daha tutarlı rezerv tahminleri elde edilebilecektir. Literatürde ZM yöntemi geliştirilmeye devam edilmektedir.

## KAYNAKLAR

- [1] Mack, T. (1991): A simple parametric model for rating automobile insurance or estimating IBNR claims reserves. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 21(1): 93-109.
- [2] Verrall, R., Nielsen, J. P., & Jessen, A. H. (2010): Prediction of RBNS and IBNR claims using claim amounts and claim counts. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 40(2): 871-887.
- [3] Yusuf, T. O., Ajemunigbohun, S. S., & Alli, G. N. (2017): A critical review of insurance claims management: A study of selected insurance companies in Nigeria. *SPOUDAI-Journal of Economics and Business*, 67(2): 69-84.
- [4] Pater, R. (1989): The run-off-triangle: Least squares—against chainladder estimations. *Blätter der DGVFM*, 19(1): 11-17.
- [5] Bornhuetter, R. L., & Ferguson, R. E. (1972, November). The actuary and IBNR. In *Proceedings of the casualty actuarial society* (Vol. 59, No. 112, pp. 181-195).
- [6] Renshaw, A. E., & Verrall, R. J. (1998): A stochastic model underlying the chain-ladder technique. *British Actuarial Journal*, 4(4): 903-923.
- [7] Kremer, E. (1982): IBNR claims and the two way model of ANOVA. *Scandinavian Actuarial Journal*, 47-55.
- [8] Taylor, G. C. & Ashe, F. R. (1983): Second moments of estimates of outstanding claims. *Journal of Econometrics*, PQ, 37-61.
- [9] Renshaw, A. E. & Verrall, R. J. (1998): A stochastic model underlying the chain-ladder technique. *B.A.A.J. R*, 903-923.
- [10] Verrall, R. J. (1989): A state space representation of the chain-ladder linear model. *J.I.A. IIT*, 589 610.
- [11] Verrall, R. J. (1990): Bayes and empirical Bayes estimation for the chain-ladder model. *ASTIN Bulletin*, PH, 2: 217-243.
- [12] Verrall, R. J. (1991a): On the unbiased estimation of reserves from loglinear models. *Insurance: Mathematics and Economics*, IH, 1: 75-80.
- [13] Verrall, R. J. (1991b): Chain-ladder and maximum likelihood. *J.I.A. IIV*, 489-499.
- [14] Verrall, R. J. (1994): A method for modelling varying run-off evolutions in claims reserving. *ASTIN Bulletin*, PR, 2: 325-332.
- [15] Verrall, R. J. (1996): Claims reserving and generalised additive models. *Insurance: Mathematics and Economics*, IW, 31-43.
- [16] Verrall, R. J. (2000): An investigation into stochastic claims reserving models and the chain-ladder technique. *Insurance: Mathematics and Economics*, PT, 91-99.
- [17] Mack, T. (1993): Distribution-free calculation of the standard error of chain-ladder reserve estimates. *ASTIN Bulletin*, PQ, 213-225.
- [18] Mack, T. (1994a): Which stochastic model is underlying the chain-ladder model? *Insurance: Mathematics and Economics*, IS, 133-138.
- [19] Mack, T. (1994b): Measuring the variability of chain-ladder reserve estimates. *Casualty Actuarial Society, Spring Forum*.
- [20] Murphy, D. M. (1994): Unbiased loss development factors. *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, 154-222.
- [21] Schmidt, K. D. & Schnaus, A. (1996): An extension of Mack's model for the chain-ladder method. *ASTIN Bulletin*, PT, 247-262.
- [22] Barnett, G. & Zehnwirth, B. (1998): Best estimates for reserves. *Casualty Actuarial Society, Fall Forum*.
- [23] Mack, T. & Venter, G. (2000): A comparison of stochastic models that reproduce chain-ladder reserve estimates. *Insurance: Mathematics and Economics*, PT, 101-107.
- [24] England, P. D. & Verrall, R. J. (1999): Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving. *Insurance: Mathematics and Economics*, PS, 281-293.
- [25] England, P. D. & Verrall, R. J. (2001): A flexible framework for stochastic claims reserving. *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*.
- [26] Quarg, G., & Mack, T. (2004): Munich chain ladder. *Blätter der DGVFM*, 26(4): 597-630.
- [27] Merz, M., & Wüthrich, M. V. (2006): A credibility approach to the Munich chain-ladder method. *Blätter der DGVFM*, 27(4): 619-628.
- [28] Merz, M., & Wüthrich, M. V. (2015): Modified Munich chain-ladder method. *Risks*, 3(4): 624-646.
- [29] Haxhi, K., & Baholli, B. (2015): Application of Munich Chain Ladder for An Albanian DMTP Portfolio. *JMEST*, 2(7): 1843-1846.
- [30] Sundberg, V. (2016): Application and Bootstrapping of the Munich Chain Ladder Method.
- [31] Pröhl, C., & Schmidt, K. D. (2005): Multivariate chain-ladder. *Techn. Univ., Inst. für Mathematische Stochastik*.
- [32] Braun, C. (2004): The prediction error of the chain ladder method applied to correlated run-off triangles. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 34(2): 399-423.
- [33] Merz, M., & Wüthrich, M. V. (2008): Prediction error of the multivariate chain ladder reserving method. *North American Actuarial Journal*, 12(2): 175-197.
- [34] Zhang, Y. (2010): A general multivariate chain ladder model. *Insurance: Mathematics and Economics*, 46(3): 588-599.
- [35] Van Wouwe, M., & Phewchean, N. (2016): Robustifying The Multivariate Chain-Ladder Method: A Comparison of Two Methods. *Journal of Governance and Regulation/Volume*, 5(1).
- [36] Peremans, K., Van Aelst, S., & Verdonck, T. (2018): A robust general multivariate chain ladder method. *Risks*, 6(4): 108.
- [37] Miranda, M. D. M., Nielsen, J. P., & Verrall, R. (2012): Double chain ladder. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 42(1): 59-76.
- [38] Martínez-Miranda, M. D., Nielsen, J. P., & Verrall, R. (2013): Double chain ladder and Bornhuetter-Ferguson. *North American Actuarial Journal*, 17(2): 101-113.
- [39] Martínez Miranda, M. D., Nielsen, J. P., Verrall, R.,

- & Wüthrich, M. V. (2015): Double chain ladder, claims development inflation and zero-claims. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2015(5): 383-405.
- [40] Haxhi, K., & Baholli, B. (2015): Claims reserving for a DMTPL portfolio using Double Chain Ladder. *Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology (JMEST)* Vol, 2.
- [41] Schoepf, L. (2016): On the Double Chain Ladder for reserve estimation with bootstrap application. Masters Theses. Missouri University of Science and Technology (Missouri).
- [42] Beşte, C. C., & Gavriletea, M. D. (2015): Inflation Adjusted Chain Ladder Method. *Annals of the University of Oradea, Economic Science Series*, 24.
- [43] Cristian, B. C. (2016): Basic Chain Ladder Method versus Inflation Adjusted Chain Ladder Method. *Annals of the University of Oradea, Economic Science Series*, 25(2).
- [44] Beşte, C. C. (2017): Inflation Adjusted Chain Ladder Method As A Challenge To Actuaries. *The Annals of the University of Oradea*, 157.
- [45] Rai, N., Pandey, A., Rai, K., Baruah, P. K., Mudigonda, S. S., & Krishna, P. (2018): Risk Based Approach to Calculate General Motor Insurance Reserve using High Performance Computing.
- [46] Merz, M., & Wüthrich, M. V. (2009): Combining chain-ladder and additive loss reserving method for dependent lines of business. *Variance*, 3(2): 270-291.
- [47] Heberle, J., & Thomas, A. (2014): Combining chain-ladder claims reserving with fuzzy numbers. *Insurance: Mathematics and Economics*, 55: 96-104.
- [48] Peters, G. W., Targino, R. S., & Wüthrich, M. V. (2017): Full bayesian analysis of claims reserving uncertainty. *Insurance: Mathematics and Economics*, 73: 41-53.
- [49] Zaky, N., Bona, C.S. (2019): Application of Bayesian Chain Ladder Models in Prediction Range Reserves of Motor Vehicle Insurance Claims in Indonesia (Case Study of XYZ Insurance Companies), *International Journal of Scientific & Engineering Research*, 10 (1): 2083-2089.
- [50] Miranda, M. D. M., Nielsen, J. P., Sperlich, S., & Verrall, R. (2013): Continuous Chain Ladder: Reformulating and generalizing a classical insurance problem. *Expert Systems with Applications*, 40(14): 5588-5603.
- [51] Gould, I. L. (2008): Stochastic chain-ladder models in nonlife insurance (Master's thesis, The University of Bergen).